

TALLER No 1. CÁLCULO DE INTEGRALES INDEFINIDAS.

Resuélvanse las ecuaciones diferenciales de los problemas 1 y 2.

$$1 \quad \frac{dy}{dx} = xy^2$$

$$2 \quad \frac{dy}{dx} = \frac{x^2 - 1}{y^2 + 1}$$

3 ¿Puede existir una curva que satisfaga las condiciones siguientes? d^2y/dx^2 es siempre igual a cero y, cuando $x = 0$, $y = 0$ y $dy/dx = 1$. Justifíquese la respuesta.

4 Hállese la ecuación de la curva cuya pendiente en el punto (x, y) es $3x^2 + 2$, si la curva debe pasar por el punto $(1, -1)$.

5 Una partícula se mueve a lo largo del eje x . Su aceleración es $a = -t^2$. En $t = 0$, la partícula está en el origen. En el curso de su movimiento alcanza el punto $x = b$, donde $b > 0$, pero ningún punto más allá de b . Determínese su velocidad en $t = 0$.

6 Una partícula es sometida a una aceleración $3 + 2t$, donde t es el tiempo. En $t = 0$, la velocidad es 4. Determínese la velocidad en función del tiempo, y la distancia entre la posición de la partícula en el instante cero y en el 4.

7 Sean $f(x)$, $g(x)$ dos funciones continuamente diferenciables que satisfacen las condiciones $f'(x) = g(x)$ y $f''(x) = -f(x)$. Sea $h(x) = f^2(x) + g^2(x)$. Si $h(0) = 5$, hállese $h(10)$.

8. Supongamos que los frenos de un automóvil producen una desaceleración constante de k pies/ s^2 . a) Determínese cuál debe ser k para que un automóvil que va a 60 mi/h (88 pies/s) se detenga a una distancia de 100 pies del punto donde se aplicaron los frenos. b) Con la misma k , ¿qué distancia recorrerá un automóvil que va a 30 mi/h antes de pararse?

9. La aceleración debida a la gravedad es 32 pies/ s^2 . Se tira una piedra hacia arriba desde el suelo con una rapidez de 96 pies/s. Hállese la altura alcanzada por la piedra a los t segundos. ¿Cuál es la máxima altura alcanzada por la piedra?

Evalúense las integrales de los problemas 21 a 33.

$$10 \quad \int \frac{x^3 + 1}{x^2} dx$$

$$11. \quad \int y\sqrt{1+y^2} dy$$

$$12. \quad \int t^{1/3}(1+t^{4/3})^{-7} dt$$

$$13. \quad \int \frac{(1+\sqrt{u})^{1/2} du}{\sqrt{u}}$$

$$14 \quad \int \frac{dr}{\sqrt[3]{(7-5r)^2}}$$

$$15 \quad \int \cos 4x dx$$

$$16 \quad \int \sin^2 3x \cos 3x dx$$

$$17. \quad \int \frac{\cos x dx}{\sqrt{\sin x}}$$

$$18 \quad \int \cos(2x-1) dx$$

$$19 \quad \int \frac{y dy}{\sqrt{25-4y^2}}$$

$$20 \quad \int \frac{dt}{t\sqrt{2t}}$$

$$21 \quad \int (x^2 - \sqrt{x}) dx$$

$$22 \quad \int \frac{dx}{(2-3x)^2}$$

23 Una luz cuelga sobre el centro de una mesa de radio r pies. La iluminación en cada punto de la mesa es directamente proporcional al coseno del ángulo de incidencia (por ejemplo, el ángulo que forma el rayo de luz con la normal), e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia a que se halla de la luz. ¿A qué distancia debe colocarse la luz por encima de la mesa para que dé la mayor iluminación al borde de la misma?

24 Dos partículas se mueven en la misma recta de manera que sus distancias desde un punto fijo O en cada instante t son

$$x_1 = a \operatorname{sen} bt \quad \text{y} \quad x_2 = a \operatorname{sen} [bt + (\pi/3)],$$

donde a y b son constantes, $ab \neq 0$. Hállese la mayor distancia entre ellos.

► EJERCICIOS DE REPASO PARA EL CAPÍTULO 7

En los ejercicios 1 a 50, evalúe la integral indefinida y utilice la graficadora para apoyar la respuesta numérica o gráficamente, según lo desee.

1. $\int \tan^2 4x \cos^4 4x \, dx$

2. $\int \frac{5x^2 - 3}{x^3 - x} \, dx$

3. $\int \frac{e^x}{\sqrt{4 - e^x}} \, dx$

4. $\int \frac{dx}{x^2 \sqrt{a^2 + x^2}}$

5. $\int \tan^{-1} \sqrt{x} \, dx$

6. $\int \frac{dt}{2t^2 + 5t + 3}$

7. $\int \cos^2 \frac{1}{3} x \, dx$

8. $\int \frac{\sqrt{x+1} + 1}{\sqrt{x+1} - 1} \, dx$

9. $\int \frac{x^2 + 1}{(x-1)^3} \, dx$

10. $\int \frac{dy}{\sqrt{y+1}}$

11. $\int \sin x \sin 3x \, dx$

12. $\int \cos \theta \cos 2\theta \, d\theta$

13. $\int \frac{dx}{x + x^{4/3}}$

14. $\int t \sqrt{2t - t^2} \, dt$

15. $\int (\sec 3x + \csc 3x)^2 \, dx$

16. $\int \frac{dx}{\sqrt{e^x - 1}}$

17. $\int \frac{2t^3 + 11t + 8}{t^3 + 4t^2 + 4t} \, dx$

18. $\int x^3 e^{3x} \, dx$

19. $\int \frac{x^4 + 1}{x^4 - 1} \, dx$

20. $\int \frac{\sqrt{x^2 - 4}}{x^2} \, dx$

21. $\int \sin^4 3x \cos^2 3x \, dx$

22. $\int t \sin^2 2t \, dt$

23. $\int \frac{dr}{\sqrt{3 - 4r - r^2}}$

24. $\int \frac{4x^2 + x - 2}{x^3 - 5x^2 + 8x - 4} \, dx$

25. $\int x^3 \cos x^2 \, dx$

26. $\int \frac{y}{9 + 16y^4} \, dy$

27. $\int e^{t/2} \cos 2t \, dt$

28. $\int \frac{du}{u^{5/8} - u^{1/8}}$

29. $\int \frac{\sin x \cos x}{4 + \sin^4 x} \, dx$

30. $\int \frac{dx}{x \sqrt{x^2 + x + 1}}$

31. $\int \frac{\sin x}{1 + \cos^2 x} \, dx$

32. $\int \frac{dx}{x \ln x (\ln x - 1)}$

33. $\int \sqrt{4t - t^2} \, dt$

35. $\int \frac{dx}{x^3 + x}$

37. $\int \frac{e^x}{\sqrt{4 - 9e^{2x}}} \, dx$

39. $\int \cot^2 3x \csc^4 3x \, dx$

41. $\int x^2 \sin^{-1} x \, dx$

43. $\int \frac{dx}{\sin x - 2 \csc x}$

45. $\int \frac{\cos 3t}{\sin 3t \sqrt{\sin^2 3t - \frac{1}{4}}} \, dt$

47. $\int \frac{\sin^{-1} \sqrt{2t}}{\sqrt{1-2t}} \, dt$

49. $\int \frac{dx}{5 + 4 \sec x}$

En los ejercicios 51 a 54, evalúe la integral indefinida.

51. $\int \sin^5 nx \, dx$

52. $\int \tan^n x \sec^4 x \, dx; n > 0$

53. $\int x^n \ln x \, dx$

54. $\int \sqrt{\tan x} \, dx$

En los ejercicios 55 a 84, determine el valor exacto de la integral definida. Si lo desea, apoye la respuesta utilizando NINT en la graficadora.

55. $\int_0^{\pi} \sqrt{2 + 2 \cos x} \, dx$

56. $\int_{1/2}^1 \sqrt{\frac{1-x}{x}} \, dx$

57. $\int_1^2 \frac{2x^2 + x + 4}{x^3 + 4x^2} \, dx$

58. $\int_0^1 \frac{dx}{e^x + e^{-x}}$

59. $\int_0^2 \frac{t^3}{\sqrt{4 + t^2}} \, dt$

60. $\int_0^{\pi/2} \sin^3 t \cos^3 t \, dt$

61. $\int_{-2}^{2\sqrt{3}} \frac{x^2}{(16 - x^2)^{3/2}} \, dx$

62. $\int_0^1 \frac{xe^x}{(1+x)^2} \, dx$

63. $\int_0^{\pi/4} \sec^4 x \, dx$

64. $\int_0^2 \frac{1-x}{x^2 + 3x + 2} \, dx$

65. $\int_{\pi/12}^{\pi/8} \cot^3 2y \, dy$

66. $\int_0^2 (2x + x^2) \, dx$